UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Ekonomia eta Enpresa Fakultatea
Facultad de Economía y Empresa
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Segunda convocatoria

6 de julio de 2021

1. Dada la función $f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$:

a) Definir el concepto de dominio de una función. ¿Cuál es el dominio de la función dada? Representarlo gráficamente.

a) Explicar razonadamente si el dominio de f es abierto, cerrado, acotado y/o convexo.

b) Concepto de curva de nivel. Representar la curva de nivel que pasa por el punto $(x,y) = (2,1)$

c) Mediante la definición de derivada parcial, calcular las derivadas parciales de primer orden de la función en el punto $(x,y) = (1,0)$.

(1.5 puntos)

2. La ecuación $\varphi(x,y,z) = x^2y - yz + z^2x = 1$,

a) ¿Define en torno al punto $(x_0,y_0,z_0) = (1,1,1)$ la función implícita $y = f(x,z)$? ¿y la función implícita $z = h(x,y)$? ¿Por qué?

b) En el caso de que la respuesta sea afirmativa, obtener la aproximación lineal de la correspondiente función implícita en torno al punto señalado.

(1.25 puntos)

3.- Una empresa utiliza los inputs x e y en la fabricación de un producto, siendo la función de producción la siguiente: $Q(x,y) = xy$; y la función de costes, esta otra: $C(x,y) = 3x + 2y$. Si la empresa utiliza 300 u.m. en el proceso de fabricación, ¿cuál es la cantidad de cada input a utilizar para maximizar la producción?

a) Obtener la solución a partir de la gráfica del problema.

b) Obtener la solución mediante el método de sustitución.

c) Resolver el problema por el método de los multiplicadores de Lagrange.

d) Utilizando la respuesta anterior, ¿cómo cambiaría aproximadamente la producción máxima si se pudieran aumentar los costes en 2 u.m?

(2 puntos)

4.- En una panadería se fabrica pan normal y pan integral, utilizando tres tipos de harina.
Para producir un saco de pan normal se necesitan 2 kg de harina del primer tipo, y 1 kg de las harinas tipo segundo y tercero respectivamente.
Las necesidades para la producción de un saco de pan integral son: 1 kg de las harinas tipo primero y segundo, y 2 kg de la harina del tercer tipo.
Si en un momento dado se dispone de 8 kg de las harinas primera y tercera, y 5 kg de la harina tipo dos, ¿cuántos sacos de cada tipo de pan hay que producir si el saco de pan normal proporciona un beneficio de 5 u.m. y el de pan integral 6 u.m.?

a) Resolver el primal gráficamente.

b) Resolver el dual por el teorema de holgura complementaria.

c) Si se dispone de 1 kg más da la harina tipo dos, ¿en qué cantidad cambiará el beneficio?

(2 puntos)

5.- Calcular el valor medio de la función $f(x,y) = e^{-(x+y)}$ sobre el rectángulo

$$R = \{0 \le x \le 2,\ 1 \le y \le 2\}$$

(0.75 puntos)